Quantified Weak Temporal Constraints

Witold Charatonik   Michał Wrona

Cp-formułą nad zbiorem symboli relacyjnych τ nazywamy formułę logiki pierwszego rzędu składającą się z prefiksu kwantyfikatorowego oraz formuły bez kwantyfikatorów . Ta ostatnia jest postaci $\bigwedge_{i=1}^{n} R^i(x_1, \ldots, x_{r_i})$ przy czym $R_i \in \tau$ oraz r_i jest arnością relacji R_i dla każdego $1 \leqslant i \leqslant n$.

Dla danej τ-struktury Γ o dziedzinie D oraz skończonym zbiorze relacji $\mathcal{R}$ problem $QCSP(\Gamma)$ jest zbiorem cp-formuł bez zmiennych wolnych nad zbiorem relacyjnym τ, które są prawdziwe w strukturze Γ.

Nas interesować będzie rodzina relacji $\mathcal{F}_{WT}$ definiowanych za pomocą koniunkcji, dysjunkcji oraz symbolu $\leqslant$, interpretowanego jako słaby porządku nad zbiorem liczb wymiernych.

Pokażemy twierdzenie następującej postaci.

Twierdzenie 1 *Dla rodziny $\mathcal{F}_{WT}$ istnieją $\mathcal{F}_1, \ldots, \mathcal{F}_n$ takie, że $\mathcal{F}_{WT} = \mathcal{F}_1 \cup \ldots \cup \mathcal{F}_n$ oraz $\mathcal{F}_i \cap \mathcal{F}_j = \emptyset$ dla wszystkich $1 \leqslant i, j \leqslant n$. Ponadto dla każdej struktury Γ należącej do $\mathcal{F}_{WT}$ dokładnie jedno z poniższych stwierdzeń jest prawdziwe.*

- *Struktura Γ należy do zbioru $\mathcal{F}_1$ oraz $QCSP(\Gamma)$ jest zupełny dla klasy złożoności C_1.*

$$\vdots$$

- *Struktura Γ należy do zbioru $\mathcal{F}_n$ oraz $QCSP(\Gamma)$ jest zupełny dla klasy złożoności C_n.*

W czasie prelekcji Twierdzenie 1 przyjmie trochę bardziej konkretną formę i tak dowiemy się np. że $QCSP(x_1 \leqslant x_2)$ jest w miarę łatwe i należy do NLOGSPACE, a $QCSP(x_1 \leqslant x_2 \vee x_1 \leqslant x_3)$ nieco trudniejsze tj. P-zupełne. Do najtrudniejszych (PSPACE-zupełnych) z rozważanych problemów należy natomiast $QCSP(x_1 \leqslant x_2 \vee x_2 \leqslant x_3)$.