Czy istnieje proste kryterium destylowalności splątania?

Łukasz Pankowski *†‡

Wyjątkowo kwantowy charakter *splątania* — dostrzeżonego w 1935 roku przez Einsteina, Podolsky'iego i Rosena oraz Schrödingera — wykazał w 1964 roku Bell pokazując, że statystyki pomiarów stanów maksymalnie splątanych wykraczają poza wartości dozwolone przy założeniu modelu ukrytych zmiennych. Jednak dopiero odkryta w 1993 roku przez Benneta i współpracowników teleportacja nadaje splątaniu niezwykle praktyczne znaczenie — splątanie okazuje się zasobem, który można wykorzystać do kwantowej komunikacji.

Niestety cenny zasób jakim jest splątanie najczęściej nie występuje w postaci „czystej" — *stanów maksymalnie splątanych*, wykorzystanych do teleportacji — i wymaga *destylacji*. Powstał więc problem czy wszystkie stany splątane można wydestylować do stanów maksymalnie splątanych. Horodeccy w 1998 roku pokazali, że aby stan kwantowy był destylowalny musi mieć ujemną częściową transpozycję (stany takie nazywamy stanami NPT) oraz że istnieją stany splątane o nieujemnej częściowej transpozycji — a zatem, że nie wszystkie stany splątane są destylowalne. Wynik ten odsłonił kolejny (wciąż otwarty) problem czy wszystkie stany NPT są destylowalne — co stanowiłoby proste matematycznie kryterium destylowalności.

W naszej pracy [1] podejmujemy problem istnienia niedestylowalnych stanów NPT. Wiadomo, że z istnienia takich stanów wynikałaby nieaddytywność destylowalnego splątania. Ich istnienie wykluczyłoby również matematycznie prosty opis zbioru stanów destylowalnych. Destylowalność jest równoważna tzw. n-kopiowej destylowalności dla pewnego n. Rozważamy konkretny stan, o którym wiadomo, że jest w jednej kopii niedestylowalny oraz podejrzewa się że jest on niedestylowalny. Podejmujemy problem jego dwukopiowej destylowalności co, jak pokazujemy, jest równoważne zbadaniu czy rzut stanów o rzędzie Schmidta dwa na pewien projektor Q nie przekracza $1/2$. Własność tą nazywamy *własnością połówkową*. Najpierw pokazujemy, że maksymalny rzut może być uzyskany na stanach które nie są produktowe między kopiami. Następnie atakujemy problem z dwóch stron: a) udowadniamy własność połówkową dla *pewnych klas* stanów o rzędzie Schmidta dwa, b) ograniczamy z góry wartość rzutu dla *wszystkich* stanów o rzędzie Schmidta równym dwa. Udało nam się udowodnić własność połówkową dla szerokiej klasy stanów oraz ograniczyć rzut z góry przez $3/4$. Ponadto przetłumaczyliśmy problem na następujący problem z analizy macierzowej: znaleźć ograniczenie na sumę kwadratów dwóch największych wartości singularnych macierzy $A \otimes I + I \otimes B$, gdzie A i B są bezśladowymi macierzami 4×4 oraz $\mathrm{tr} A^\dagger A + \mathrm{tr} B^\dagger B = \frac{1}{4}$.

Literatura

[1] Ł. Pankowski, M. Piani, M. Horodecki, and P. Horodecki, „Few steps more towards NPT bound entanglement", 2007, arXiv.org:0711.2613.

*Instytut Informatyki, Uniwersytet Gdański, Gdańsk
†Instututut Fizyki Teoretycznej i Astrofizyki, Uniwersytet Gdański, Gdańsk
‡Krajowe Centrum Kwantowej Informatyki w Gdańsku, Sopot